

L'imagerie vue par un mathématicien

Li-Thiao-Té Sébastien

LAGA UMR 7539, Université Paris 13



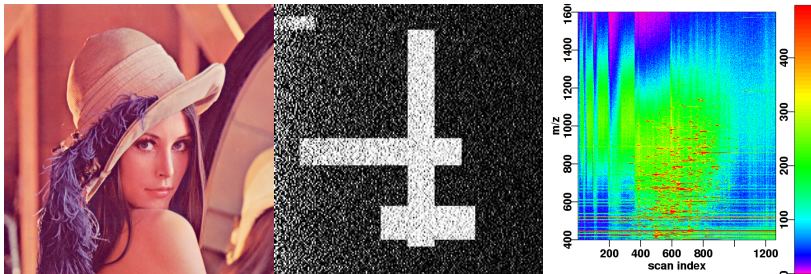
Plan

Généralités
Images
Modèles

Analyse d'images

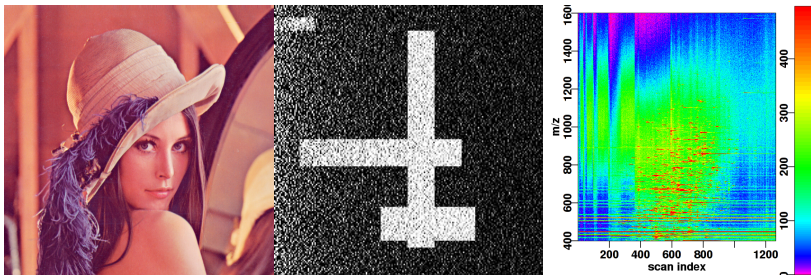


Qu'est-ce qu'une image ?



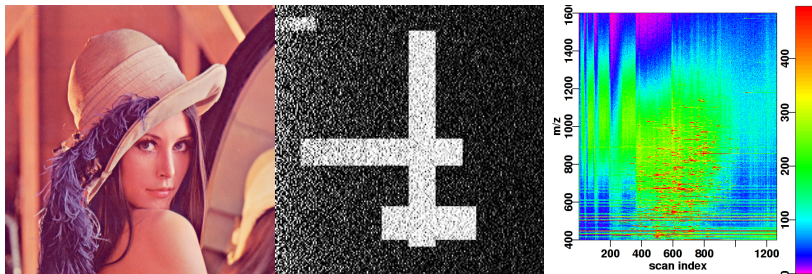
- des coordonnées “spatiales”
- des “mesures” pour chaque position

Qu'est-ce qu'une image ?



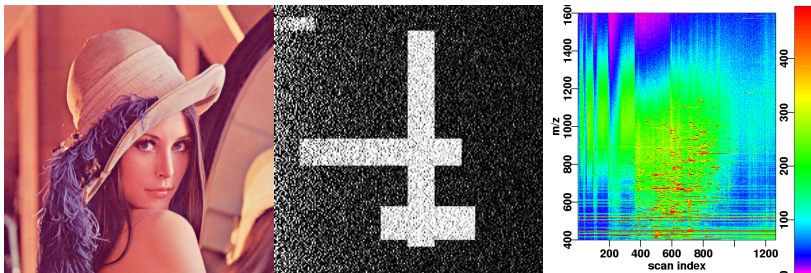
- des coordonnées “spatiales”
- des “mesures” pour chaque position
 - intensité lumineuse, couleur
 - des catégories : tissus sain/malade, poumon/foie/coeur
 - des mesures quantitatives (continues) : nombres de molécules, cellules, poids, taille, etc.

Qu'est-ce qu'une image ?



- des coordonnées “spatiales”
 - latitude/longitude, poids, rapport m/z , hydrophobicité, etc.
 - coordonnées continues en dimension 2, 3, n
- des “mesures” pour chaque position

Qu'est-ce qu'une image ?



- des coordonnées “spatiales”
- des “mesures” pour chaque position
- des objets localisés, avec une structure spatiale, des contours

Qu'est-ce qu'un modèle mathématique ?

La même chose qu'un modèle biologique : une certaine description du phénomène, qui est fausse, mais qui peut proposer des conclusions intéressantes.

Trois grandes familles de modèles

- équations différentielles / énergies
- modèles informatiques / discrets
- probabilités / statistiques



Équations différentielles / Énergie

- expriment des vitesses d'évolutions : $\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x(t)$
- solutions stationnaires / équilibres $x(t) = 0, x'(t) = 0$
- formulation énergétique $mv^2/2 + kx^2/2 = \text{const}$
- minima d'énergie

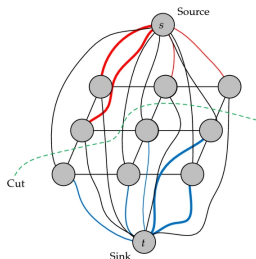
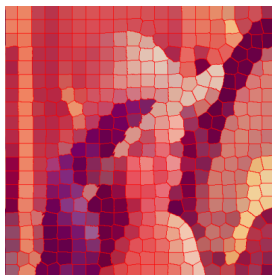
Exemples :

- débruitage par minimisation de $E = \text{attache aux données} + \text{régularité}$
- segmentation par minimisation de $E = \text{attache aux données} + \text{régularité}$



Modèles discrets

Simplification de l'espace en "pixels", travail sur les relations de "proximité".



- les opérations morphologiques contrôlent la topologie
- modèles de graphes indiquent les relations (de proximité)



Modèles probabilistes

Modélisation de la variabilité / du bruit

$$I(x, y) \sim ax + by + c + \varepsilon$$



- bruit d'acquisition
- variabilité biologique

Plan

Généralités

Analyse d'images

Amélioration / Enhancement

Segmentation

Quantification

Recalage / Registration

Analyse de forme / Shape analysis



Amélioration / Enhancement

déf : améliorer la qualité et l'interprétabilité des images

Pour corriger les intensités, il faut modéliser le bruit et les effets systématiques de l'instrument.

- débruitage : quel type de bruit ?
- reconstruction des images : principe d'acquisition de l'instrument ?
- normalisation, correction d'atténuation : principe physique ?

Pour corriger les coordonnées, il faut modéliser les objets

- super-résolution
- interpolation

En général, il y a un compromis entre correction des intensités et des coordonnées.



Segmentation

déf : tracer les contours des structures d'intérêt.

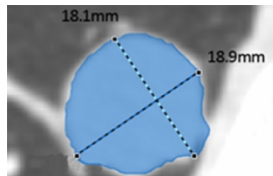


Trois types d'algorithmes :

- intensités similaires
- contours de l'image
- régions homogènes

Quantification

déf : extraction des caractéristiques des objets (volume, angle, vitesses, etc.)



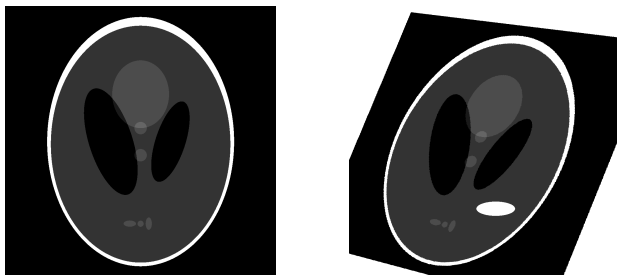
- mesures quantitatives / biomarqueurs
- morphométrie
- texture

Deux problèmes : comment effectuer la mesure ? quelle est la qualité de cette mesure ?



Recalage / Registration

déf : mettre des images dans le même système de coordonnées



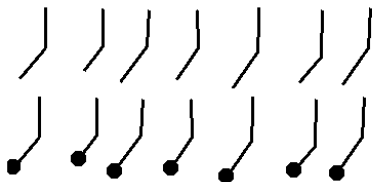
On autorise certaines distortions entre images

- déformations des objets
- multi-modalités
- variabilité biologique (différences entre patients)



Analyse de forme / Shape analysis

déf : décrire / modéliser la variabilité (biologique) des formes



- indicateurs statistiques : diamètre moyen, volume, etc.
- clustering : découpage en groupes + élément représentatif
- géométrie différentielle : modèle de la distance entre formes